ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 SEPTEMBRE 1944.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES MAURAIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE** adresse ampliation de l'arrêté, en date du 20 septembre 1944, portant approbation de la radiation que l'Académie a faite de M. **GEORGES CLAUDE**, sur la liste des Membres de l'Académie des sciences.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à MM. le commandant **J. P. DEN HARTOG**, professeur à l'Institut de Technologie de Boston (Massachussetts), le capitaine **W. P. ROOP**, sous-directeur du Bassin d'essai de Washington, le capitaine **A. G. MUMMA**, ancien élève de l'École française du Génie maritime.

OPTIQUE. — *Sur l'emploi d'images auxiliaires dans les observations au microscope, notamment dans celles où l'on se sert de lumière polarisée.* Note de MM. **AIMÉ COTTON** et **PIERRE MANIGAULT**.

Nous avons indiqué (¹) un procédé pour rechercher dans un objet microscopique l'existence du dichroïsme rectiligne : le principe de l'appareil employé consistait à projeter sur la préparation, à travers la lame qui la supporte, l'image d'une bilame donnant deux plages lumineuses contiguës polarisées à angle droit. Nous voudrions montrer aujourd'hui que cet emploi d'images auxiliaires d'objets situés en dehors du microscope, et que l'on examine en même temps que celles des objets que l'on étudie, pourra se montrer utile dans bien des cas.

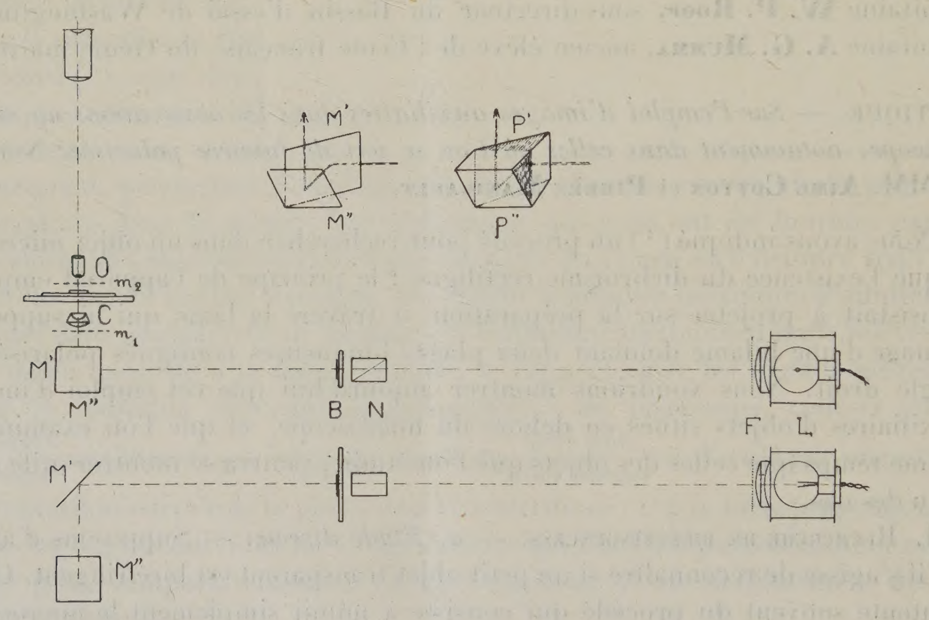
I. RECHERCHE DE BIRÉFRINGENCESS. — *a. Étude directe.* — Supposons d'abord qu'il s'agisse de reconnaître si un petit objet transparent est biréfringent. On se contente souvent du procédé qui consiste à munir simplement le microscope d'un polariseur et d'un analyseur. Ces deux appareils étant placés soit dans la position *nicols croisés,* soit dans la position *nicols parallèles,* on examine les aspects que présente l'objet étudié lorsqu'on le fait tourner dans son plan. L'appareil pour l'étude du dichroïsme décrit dans la Note citée peut déjà servir à ces observations s'il est muni d'une platine tournante et complété par

---

(¹) *Comptes rendus,* 219, 1944, p. 249.

un analyseur, qui doit être amovible, puisqu'on le supprime dans le cas de la recherche du dichroïsme. Pour cela on peut se contenter de placer sur l'oculaire une lamelle polarisante; il est commode que cet analyseur se trouve immédiatement placé, grâce à des repères ou à des butées, soit dans la position d'extinction, soit dans celle du parallélisme. Mais au cours des opérations il ne sera plus nécessaire de le faire tourner : comme le polariseur est formé par une bilame qui donne deux champs polarisés à angle droit, on fait les observations en faisant glisser cette bilame dans le plan où elle peut se déplacer parallèlement à elle-même. En agissant sur un bouton de manœuvre, on éclaire une région donnée du champ par l'une ou l'autre des deux plages. Cette opération peut, si l'objet étudié n'est pas trop petit, se faire très rapidement, et l'on peut s'arrêter de façon que l'image de l'objet soit traversée par la ligne de séparation. On voit alors à la fois, dans ce cas, les deux aspects de l'objet correspondant à deux nicols croisés ou parallèles.

Si le microscope n'est pas muni d'une bonne platine tournante, on peut suppléer à son absence. Au lieu de faire tourner la platine, on pourrait faire tourner à la fois l'ensemble du polariseur et de l'analyseur : or on arrive au même résultat d'une autre manière en faisant tourner les vibrations lumineuses qui abordent



et qui quittent la préparation. Une première lame demi-onde m_1 peut être placée par exemple (comme on le faisait pour l'étude du dichroïsme) au-dessous de C (voir la figure); une autre lame pareille m_2 ([2]) est placée horizontalement

([2]) Si la distance frontale était trop courte on pourrait mettre cette lame m_2 au-dessus de l'objectif en ménageant une fente dans le tube (les rotations nécessaires ne dépassent guère 45°). En remplaçant la rotation d'un nicol par celle d'une lame mince on a l'avantage de pouvoir employer un oculaire incliné.

au-dessus de l'objet. Sur la figure on a supposé qu'on la mettait sous l'objectif. Si les deux lames, réglées l'une par rapport à l'autre, sont rendues solidaires et capables de tourner du même angle (l'ensemble étant entraîné par exemple par un bras coudé contournant la platine), on obtient le même résultat que si l'on faisait tourner l'objet : *ni l'image de la préparation, ni celle des deux plages que l'on regarde ne changent de place pendant cette rotation.*

Une autre modification à l'appareil servant à l'étude du dichroïsme est utile en tout état de cause. Cet appareil faisait intervenir une réflexion, soit une réflexion métallique, soit une réflexion totale. Sauf dans le cas particulier où il s'agit d'une vibration rectiligne parallèle au plan d'incidence ou perpendiculaire à ce plan, la vibration est modifiée par la réflexion dans sa phase, sinon dans son amplitude. Or on élimine complètement les inconvénients qui résultent, dans le cas général, de cette réflexion en employant, au lieu d'un miroir, *deux* miroirs disposés de façon que leurs effets se compensent. Il suffit que les deux réflexions successives, toutes deux sous l'incidence de 45°, se fassent dans deux plans d'incidence à angle droit l'une de l'autre. On peut employer pour cela, comme le montre la figure, deux miroirs M′, M″ ou deux prismes P′P″. On y a en outre représenté schématiquement une projection sur le plan vertical parallèle à l'axe du dispositif d'éclairage, et, en-dessous, une projection sur le plan horizontal ([3]).

b. Emploi de lames auxiliaires. — Les naturalistes qui utilisent le microscope polarisant emploient, comme on le sait, des lames auxiliaires recouvrant tout le champ, notamment des lames d'une onde. Il est facile de les introduire avec le dispositif décrit. Mais nous avons trouvé avantageux, ici encore, de remplacer ces lames recouvrant tout le champ par des bilames construites à la façon d'une bilame de Bravais. On accentue ainsi par contraste les différences d'intensité ou de teinte qu'on utilise pour déterminer les signes de biréfringence et leur ordre de grandeur. Outre les bilames de Bravais habituelles (d'une onde ou de deux ondes), nous avons trouvé avantageux d'en employer de plus minces : demi-onde et quart d'onde.

Enfin on peut employer aussi des lames cristallines plus minces encore, comme celles qu'on utilise, par exemple, depuis Brace, dans les recherches sur les plus faibles biréfringences. Il est très facile, avec une réflexion auxiliaire, de remplacer au besoin la lumière blanche par un faisceau monochromatique pour produire les pénombres dans les recherches sur les biréfringences artificielles. Dans ces cas on sera conduit le plus souvent à employer un faisceau de lumière monochromatique (en utilisant au besoin une réflexion auxiliaire).

Si l'on réfléchit qu'une foule de substances transparentes ou colorées sont

---

([3]) L'image d'un objet donnée par cette combinaison est bien superposable à l'objet, mais une ligne OX horizontale donne une image qui paraît, pour l'observateur qui regarde dans le microscope, avoir tourné d'un angle droit.

biréfringentes ou le deviennent sous des actions extérieures, que l'on peut rechercher aussi de même l'existence d'un pouvoir rotatoire, on peut espérer avec un tel dispositif étendre à des objets microscopiques bien des procédés d'étude qui n'ont été employés jusqu'ici que dans des laboratoires de physique.

II. Applications du dispositif a des recherches où l'on n'emploie pas la lumière polarisée. — Même dans les recherches où le microscope est utilisé à la manière habituelle, il y a souvent avantage à employer des images auxiliaires.

Par exemple, si l'on place en B un micromètre ou un quadrillage, on en formera une image réduite visible en même temps que les objets étudiés : on pourra ainsi apprécier la grandeur et le nombre de ces objets.

Si l'on veut attirer l'attention sur un point particulier d'une préparation, on peut projeter, à côté de lui, l'image d'un index mobile placé sur le trajet des rayons venant de la lanterne elle-même. Si on le place dans le plan où l'on mettait la bilame B, il pourra être déplacé par les mêmes boutons de manœuvre. Mais on peut aussi placer un tel objet en F plus près de la lanterne L et en projeter (avec une lentille auxiliaire intercalée entre F et B) une image sur le plan B, plus petite ou plus grande que l'objet F. L'image définitive sera vue dans le microscope en même temps que la préparation.

Si l'on se propose, non plus de signaler, mais d'isoler une région de la préparation, on emploiera une fente placée en B et éclairée vivement par le faisceau sorti de la lanterne. Une autre fente à angle droit de la précédente (qui sera par exemple une image d'une fente placée en F) délimitera dans le champ le rectangle où se trouve la partie la plus intéressante de l'objet.

Dans le cas où l'on emploie une fente, si l'on munit l'oculaire d'un prisme à vision directe, on pourra observer le spectre de la ligne lumineuse isolée dans la préparation.

Indiquons enfin que, si dans le plan de B on a formé un spectre, l'image de ce spectre se projettera sur la préparation, et qu'on pourra ainsi voir les effets des différentes radiations simples sur une préparation microscopique donnée.

CORRESPONDANCE.

L'**Académie des sciences de l'Union des Républiques soviétiques socialistes** invite l'Académie à prendre part à la célébration du 75e anniversaire de la naissance et du 50e anniversaire de l'activité scientifique de M. Vladimir Komaroff, qui aura lieu à Moscou, le 14 octobre 1944.

Un télégramme de félicitations sera envoyé.

M. le **Ministre des Affaires étrangères** communique une lettre par laquelle le Secrétaire général du Pen Club de Grande-Bretagne exprime aux écrivains

et savants français sa sympathie et sa confraternité chaleureuse à l'occasion de la libération de Paris.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le développement harmonique du potentiel générateur de la marée, par A. T. Doodson.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes d'algèbre et de géométrie.* Note [1] de M. **André Bloch**, présentée par M. Paul Montel.

1. Les théorèmes sur les aires et les volumes associés à un contour gauche [2] ont des analogues pour les centres de gravité (et les moments d'inertie); en particulier :

Soit un contour gauche quelconque; il existe une cubique gauche, osculatrice au plan de l'infini, jouissant de la propriété suivante : si l'on projette le tout sur un plan quelconque, le point de rencontre des deux tangentes inflexionnelles à la cubique plane, situées à distance finie, coïncide avec le centre de gravité de l'aire de la projection du contour.

De là résulte le calcul du volume découpé par deux plans quelconques dans un cylindre passant par le contour.

Dans le cas particulier de la révolution d'un contour d'aire nulle, le théorème général de Gabriel Kœnigs revêt la forme suivante :

Le volume englobé par un contour gauche d'aire nulle tournant autour d'un axe quelconque est égal au produit, par une constante ne dépendant que du contour, du cosinus de l'angle de cet axe avec une direction fixe.

2. *Si, des seize points communs à deux quartiques, trois sont en ligne droite, les treize autres sont les points-base d'un réseau de quartiques, et réciproquement; la droite et chaque quartique du réseau recoupent chacune des deux quartiques en quatre points en ligne droite.*

Si, des seize points communs, six sont sur une conique, les dix autres sont sur une cubique, et réciproquement; la conique et la cubique recoupent chacune des deux quartiques en quatre points en ligne droite; les deux droites ainsi obtenues se coupent sur la cubique.

Si, des seize points communs, sept sont sur une conique, les neuf autres sont les points-base d'un faisceau de cubiques, et réciproquement; la conique et chaque cubique du faisceau recoupent chaque quartique en quatre points en ligne droite; les deux droites ainsi obtenues se coupent sur la conique.

---

(1) Séance du 11 septembre 1944.

(2) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 728; **212**, 1941, p. 41. Dans cette dernière Note, retrancher les mots *d'aire non nulle* de l'énoncé du théorème L et les ajouter à celui du théorème I.

3. Soient

$$f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2; \qquad \varphi(x, y) = x^2 + bxy + acy^2.$$

On a

$$f(x, y)f(x', y') = \varphi(Z, T); \; f(x, y)\varphi(x', y') = f(U, V);$$
$$f(x, y)f(x', y')f(x'', y'') = f(X, Y)$$

respectivement de deux, deux et trois façons différentes. Pour la troisième en particulier

$$X = axx'x'' + bx'x''y + c(-xy'y'' + x'y''y + x''yy');$$
$$Y = a(-x'x''y + x''xy' + xx'y'') + bxy'y'' + cyy'y'',$$

où (x, y) figure dissymétriquement; ce n'est que pour $b = 0$ que l'on a une quatrième représentation parfaitement symétrique.

Quant à la représentation correspondante des nombres entiers, la question de primitivité est visiblement en rapport avec la résolution par rapport à a, b, c du système $X = Y = 0$, et s'élucidera donc sans peine. Une autre question est celle de la diversité effective des trois représentations; elle revient de même à la résolution du système $X \pm X' = Y \pm Y' = 0$.

Le produit de $2n+1$ *expressions* $f(x, y)$ *se met sous cette forme de* C_{2n+1}^n *manières.*

4. Les périodes d'une intégrale abélienne satisfont, d'après Fuchs, par rapport à un paramètre figurant algébriquement dans l'équation de la courbe et dans l'intégrande, à une équation différentielle linéaire à coefficients algébriques, sans second membre, d'ordre égal au nombre des périodes de l'intégrale demeurant linéairement indépendantes quand varie le paramètre.

On démontre aisément de même que, plus généralement :

Si, au lieu d'une période, on considère la valeur de l'intégrale prise entre des limites déterminées, pouvant dépendre algébriquement du paramètre, cette valeur vérifie la même équation linéaire, mais affectée d'un second membre algébrique par rapport au paramètre.

Un théorème analogue est vrai pour les intégrales multiples attachées à une variété algébrique. Même dans le cas des périodes d'une intégrale double, il demande encore à être complètement démontré; il s'énonce alors :

Les périodes d'une intégrale double attachée à une surface algébrique satisfont, par rapport à un paramètre figurant algébriquement dans l'équation de la surface et dans l'intégrande, à une équation linéaire à coefficients algébriques, sans second membre, d'ordre égal au nombre des périodes de l'intégrale demeurant indépendantes quand varie le paramètre.

Si l'intégrale est de première ou de seconde espèce, cet ordre est au plus égal au nombre, déterminé par Poincaré, des cycles à deux dimensions de la surface.

5. *Soit* $a_0 + a_1 x + \ldots$ *une fonction holomorphe dans le cercle-unité, y demeurant au plus égale à un en valeur absolue, et n'y ayant que des zéros*

d'ordre au moins égal à m: alors a lieu l'inégalité

$$|a_1| \leq m\left(|a_0|^{\frac{m-1}{m}} - |a_0|^{\frac{m+1}{m}}\right),$$

l'égalité n'étant vraie que pour la fonction

$$\frac{a_0}{|a_0|}\left(\frac{x + |a_0|^{\frac{1}{m}} e^{i\lambda}}{|a_0|^{\frac{1}{m}} x + e^{i\lambda}}\right)^m,$$

où λ est réel quelconque.

On reconnaît en effet que l'inégalité, supposée vraie pour deux fonctions, l'est aussi pour leur produit; or elle est vraie pour la fraction $[(x+ce^{i\theta})/(cx+e^{i\theta})]^{M}$ $(0 \leq c \leq 1;\ \theta$ réel; $M \geq m)$, ainsi que pour une exponentielle (au plus égale à 1); donc elle est vraie en général.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'existence des solutions de certaines équations aux itérées.* Note de M. **Germain Kreweras**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit

$$(1) \qquad y = ax + by_2 + f(x, y_2) \qquad (|a| = A;\ |b| = B),$$

l'équation que l'on se propose d'étudier, y_2 désignant l'itérée de la fonction inconnue y, et f étant un développement holomorphe commençant par des termes du second degré en (x, y_2). Nous nous proposons de rechercher s'il existe une fonction

$$y = \varphi(x) = \alpha_1 x + \ldots + \alpha_n x^n + \ldots,$$

holomorphe et nulle à l'origine, qui satisfasse à l'équation (1).

La méthode résumée ci-dessous conduit à la conclusion suivante :

1° *si* $4AB < 1$, *il existe au moins une fonction* $\varphi(x)$;

2° *si* $A + B < 1$, condition plus restrictive, *il existe deux fonctions* $\varphi(x)$ *et deux seulement.*

2. Si (1) se réduit à

$$y = ax + by_2,$$

il y a en général deux solutions linéaires, dont l'une, si $4AB < 1$, peut être obtenue par approximations successives au moyen de la suite

$$(2) \qquad \psi^n(x) = \psi^1(x) + b\psi_2^{n-1}(x), \qquad \psi^1(x) = ax;$$

c'est la fonction

$$\varphi(x) = \alpha_1 x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4ab}}{2b}\, x.$$

Le radical a la détermination qui égalerait 1 si B diminuait jusqu'à 0.

Notons que la valeur correspondante de $|\alpha_1|$ est inférieure à 1 pourvu que l'on ait

$$\text{(3)} \qquad B < \theta(A),$$

$\theta(A)$ étant égal à $1/4\,A$ pour $A \leq 1/2$ et à $1 - A$ pour $1/2 \leq A < 1$.

3. Si (1) est de la forme particulière

$$y = \varphi^1(x) + b y_2, \qquad \left[\varphi^1(0) = 0, \ \frac{d\varphi_1(0)}{dx} = a\right],$$

la condition (3) entraîne l'existence d'un cercle $|x| = r < R$ dans lequel la suite des fonctions définies par

$$\varphi^n(x) = \varphi^1(x) + b\varphi_2^{n-1}(x)$$

converge uniformément vers une fonction $\varphi(x)$ qui résout le problème. On peut l'établir en montrant :

1° que, *pour* $|x| < R$, *les* $\varphi^n(x)$ *sont bornées dans leur ensemble*, ce qui résulte de la possibilité de satisfaire, quel que soit n, à

$$|\varphi^n(x)| < \psi^n(r),$$

les $\psi^n(r)$ étant définies par des relations analogues à (2)

$$\text{(4)} \qquad \psi^n(r) = \psi^1(r) + B\psi_2^{n-1}(r), \qquad \psi^1(r) = (A + \varepsilon)r;$$

2° que *la suite normale* $\varphi^n(x)$ *a une fonction limite unique*. Ceci résulte, en posant

$$\varphi^n(x) = a_1^n x + \ldots + a_p^n x^p + \ldots,$$

de la convergence de a_1^n vers la valeur α_1 du paragraphe 1, et de la relation de récurrence

$$\text{(5)} \qquad a_p^n = a_p^1 + Q_p(a_1^{n-1}, \ldots, a_{p-1}^{n-1}) + b[(a_1^{n-1})^p + a_1^{n-1}]a_p^{n-1}$$

(par suite de la continuité des polynomes Q_p, et de la convergence des suites définies par

$$u_{n+1} = h_n + k_n u_n,$$

lorsque h_n et k_n tendent vers h et k, avec $|k| < 1$).

4. (1) peut s'écrire, dans le cas général, sous la forme

$$y = \varphi^1(x) + \beta(x, y_2)y_2 \qquad [\beta(0, 0) = b].$$

Les raisonnements précédents se généralisent en remplaçant dans (4), B par $B + \varepsilon$, et dans (5), Q_p par un polynome plus compliqué R_p des mêmes variables. La conclusion est la même pourvu que $B < \theta(A)$.

5. Si dans (1) on permute x et y_2, on obtient l'équation aux fonctions inverses de (1). Il en résulte que si $4AB < 1$, comme on a l'une au moins des inégalités

$$\text{(6)} \qquad B < \theta(A), \qquad A < \theta(B),$$

l'équation (1) a *au moins une solution* du type cherché. Elle peut du reste n'en avoir qu'une.

Si $A + B < 1$, les deux inégalités (6) sont vérifiées; il y a au moins *deux solutions*.

Dans ce dernier cas aucune des équations linéaires

$$\alpha_n = a_n^1 + Q_n(\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}) + b[(\alpha_1)^n + \alpha_1]\alpha_n,$$

qui déterminent les α_n, n'est singulière, car il faudrait pour cela avoir

$$a = \frac{t^{n+1}}{t^n + t}, \qquad b = \frac{1}{t^n + t},$$

ce qui est incompatible avec $A + B < 1$. *Les deux solutions trouvées sont alors les seules.*

Si $4AB > 1$, il peut n'y avoir aucune solution.

GÉODÉSIE. — *Compensation de la dilatation thermique d'une mire verticale par son inclinaison*. Note de MM. **Robert Taton** et **Jean Vignal**, présentée par M. Georges Perrier.

L'*invar* a été introduit dans la construction des *mires verticales de nivellement* en vue de rendre négligeables les effets de leur dilatation thermique, et de supprimer en conséquence, sur le terrain, les lectures de température, et au bureau de calculs les corrections correspondantes.

Mais la dilatation de l'invar, bien que très faible, n'est pas négligeable pour des nivellements très précis. Son instabilité physicochimique, malgré ses récents progrès de fabrication, risque d'entraîner d'une manière inattendue des variations de longueur sensibles. Enfin il doit être employé sous tension assez forte, maintenue invariable, et cette condition est difficilement réalisable sur des mires destinées à des opérations de quelque durée.

On peut songer à remplacer l'invar, comme constituant de la mire, par un métal plus stable, tel que l'acier, et à *compenser sa dilatation thermique par une inclinaison appropriée*. Cette inclinaison serait obtenue *automatiquement*, grâce à un léger déplacement, par rapport au corps de la mire, de la nivelle sphérique utilisée pour sa mise en station verticale.

Inclinaison à réaliser en fonction de la température. — Supposons la mire *correcte* dans la position verticale pour une température t_0, inférieure à la plus basse accusée en cours d'opérations, par exemple $t_0 = -10°$.

Appelons α le coefficient de dilatation de la mire.

Soit i l'inclinaison sur la verticale à donner à la mire, à la température t supérieure à t_0. On doit avoir

$$[1 + \alpha(t - t_0)] \cos i = 1,$$

ou sensiblement

$$\boxed{i^2 = 2\alpha(t - t_0).}$$

Pour une mire de 3^m, en acier ($\alpha = 12.10^{-6}$) et pour une variation de température $t - t_0 = 50°$, l'écart du sommet par rapport à la verticale de la base serait de 10^{cm} seulement.

Mode de réalisation automatique de l'inclinaison. — Soient O et A deux points déterminés de la mire, la direction OA étant parallèle à l'axe de la mire. Fixons entre eux, par ses extrémités, une tige souple, d'un métal plus dilatable que la mire, de coefficient de dilatation $\beta > \alpha$. Supposons qu'à la température t_0 cette tige soit rectiligne, sans aucune tension intérieure.

Soient, sur la tige souple, B un point situé entre O et A, B′ le milieu de OB, B″ le symétrique de B′ par rapport au milieu de OA. Posons, à la température t_0,

$$OA = d_0, \qquad OB = x\, d_0.$$

A la température $t > t_0$, la tige prend entre O et A la forme d'un arc, assimilable à un arc de cercle. Pour libérer son jeu en évitant tout arc-boutement, on peut employer un ressort exerçant sur elle une légère poussée.

Appelons, à la température t, ω l'angle des droites OA et OB; c'est aussi l'angle de la droite OA avec les tangentes à l'arc en B′ et B″. On voit facilement que

$$\omega^2 = 6(\beta - \alpha)(1 - x)^2(t - t_0).$$

L'angle ω sera constamment égal à l'inclinaison i à condition de prendre

$$(1 - x)^2 = \frac{1}{3}\,\frac{\alpha}{\beta - \alpha}.$$

Pour que cette relation fournisse une valeur de x comprise entre 0 et 1, c'est-à-dire un point B situé entre les points O et A, et par suite aussi des points B′ et B″ situés entre O et A, il suffit qu'on ait $\beta > (4/3)\alpha$, condition facile à réaliser. (Pour les aciers, α varie de 10,8 à $13,7.10^{-6}$; pour le cuivre, $\beta = 16,7.10^{-6}$; pour un laiton courant, $\beta = 19.10^{-6}$.)

Il suffit dès lors de fixer la nivelle sphérique, soit sur une tige rectiligne OB, en la réglant de manière à rendre cette tige verticale; soit sur la tige souple en B′ ou en B″, en la réglant de manière à rendre verticale la tangente à la tige souple en l'un de ces points.

Si $\beta = (4/3)\alpha$, condition réalisable, on a $x = 0$; B et B′ se trouvent en O, B″ en A. Il suffit alors de fixer la nivelle sur la tige souple en O ou en A, en la réglant de manière à rendre verticale la tangente à la tige souple en l'un de ces points.

La longueur $AB = d_0$ de la tige souple est en principe quelconque. Elle ne doit pas être trop faible, à cause du jeu des articulations O et A.

Autre mode de réalisation de l'inclinaison. — Soient encore O et A deux points déterminés de la mire, la direction OA étant parallèle à l'axe de la mire.

Considérons deux tiges rectilignes OB et AB, mobiles autour de O et de A, articulées en un point B, la première OB du même métal que la mire, la seconde AB d'un métal plus dilatable que la mire, de coefficient de dilatation $\beta > \alpha$.

Supposons qu'à la température t_0, le point B se trouve sur l'alignement OA, entre O et A, sans tension intérieure.

A la température $t > t_0$, le point B s'écarte de l'alignement OA. Il est facile de montrer qu'on peut, quels que soient α et β, par un choix convenable du rapport $x = (OB/OA)$, rendre l'angle $\omega = (OA, OB)$ constamment égal à l'inclinaison i.

Il suffit de fixer la nivelle sur la tige OB, en la réglant de manière à rendre cette tige verticale.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude, au voisinage d'un obstacle, des trajectoires de particules en suspension dans un courant fluide*. Note de MM. **Edmond Brun** et **Robert Caron**, présentée par M. Henri Villat.

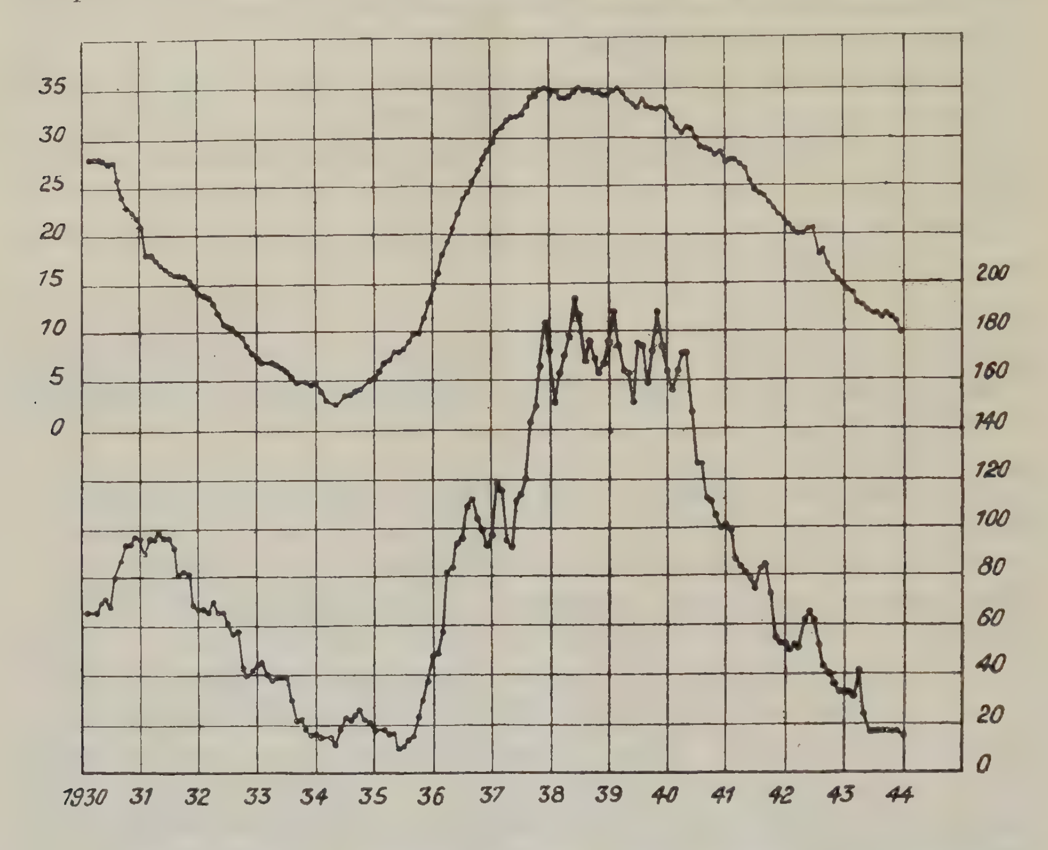
Des méthodes analytiques ou graphiques ont apporté une contribution à l'étude du mouvement propre, au voisinage d'un obstacle, de particules en suspension dans un courant fluide (1). L'expérience directe, mettant en œuvre des procédés très variés, a pu confirmer les résultats obtenus par le calcul et en établir d'autres. Donnons le principe des procédés utilisés.

1. L'obstacle est placé dans la veine d'une soufflerie parcourue par un courant d'aérosol (brouillard, par exemple). Les parois sont opaques et noircies intérieurement; l'une cependant comporte une vitre à travers laquelle on peut regarder ou photographier. Un faisceau de lumière, se propageant dans la direction de l'écoulement, est diaphragmé de façon que, seule, soit éclairée la portion de l'écoulement que l'on veut étudier (lame parallèle à l'écoulement, dans le cas d'un écoulement parallèle). Les trajectoires des corpuscules tangentes à l'obstacle sont nettement visibles après le point de contact; elles séparent en effet une zone d'air dépourvu de particules et par suite obscure, d'une zone d'aérosol qui diffuse la lumière et qui est d'autant plus lumineuse que la concentration en particules est plus élevée.

2. Un fil fin, placé dans un courant de brouillard d'eau surfondue, se couvre de givre; nous avons vérifié que, pratiquement, l'épaisseur du dépôt sur la génératrice d'arrêt, indépendante du diamètre du fil, est proportionnelle au temps. Ainsi, au bout d'un temps donné, l'épaisseur de givre, en un point de la génératrice d'arrêt du fil, est proportionnelle au débit unitaire des particules en ce point.

(1) E. Brun, G. Fasso et M. Vasseur, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 341; E. Brun et M. Vasseur, *ibid.*, 218, 1944, p. 636; 219, 1944, p. 112.

Dès lors, si nous tendons des fils fins dans le voisinage de l'obstacle ou si nous fixons des tiges fines sur l'obstacle, de manière que les axes des fils et des tiges soient approximativement perpendiculaires aux vitesses des particules, il sera possible de savoir, par la mesure d'épaisseur de givre, comment se dis-



Courbe supérieure : *Nombres indices de l'activité solaire (Disque entier) d'après les plages faculaires (floculi) du calcium ionisé.*

Courbe inférieure : *Nombres des perturbations ionosphériques à début brusque signalées par le renforcement des courbes d'atmosphériques sur 11 000 mètres de longueur d'onde.*

Nota *Chaque courbe est établie à l'aide d'un point par mois ; ce point correspond, soit à la moyenne des nombres indices mensuels, soit au nombre de perturbations ionosphériques dans les 12 mois précédents*

tribue le débit unitaire des particules dans le champ qui avoisine l'obstacle. On passe aisément de cette distribution à la forme des trajectoires.

3. L'étude du dépôt des gouttelettes de brouillard sur un obstacle peut se faire en recouvrant celui-ci d'un enduit qui change de couleur sous l'action des gouttelettes. Si la surface est développable, il est plus commode de la recouvrir d'un papier sensible à l'action de l'eau. Nous avons utilisé d'abord un papier glacé recouvert d'un frottis de bleu de méthylène; une goutte, arrivant sur ce

papier, laisse une marque nettement visible, indélébile ([2]). Nous avons employé ensuite un film photographique impressionné, le brouillard d'eau étant alors remplacé par un brouillard de fort révélateur; le film noircit là où vient s'écraser une gouttelette de révélateur; il suffit ensuite de laver et de fixer le film. Dans les deux cas, et à condition que le passage de brouillard ait été assez bref (de l'ordre de la seconde) pour que les impacts des gouttelettes n'empiètent pas trop les uns sur les autres, on peut étudier la répartition de ces impacts sur la surface de captation; dans le cas d'un écoulement plan par exemple, on peut tracer la courbe de la densité numérique des gouttelettes captées en fonction de l'abscisse mesurée le long d'une section droite.

En soumettant un film impressionné à plusieurs passages successifs de brouillard révélateur, on peut obtenir un noircissement tel que la densité optique aux divers points puisse être enregistrée à l'aide d'un microphotomètre. Tant que la masse de révélateur captée n'est pas trop grande, on peut admettre que la densité optique sur un élément de surface est proportionnelle à la masse de révélateur reçue par cette surface. La variation de la densité optique le long d'un arc donne alors la variation de la densité de captation le long de cet arc.

Pour un brouillard simple, la densité numérique serait, en tous points, proportionnelle à la densité de captation; il n'en est plus de même pour un brouillard complexe, l'écart entre les deux courbes dépend du degré de complexité du brouillard.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur certains types d'interactions corpusculaires.* Note de M. **Gérard Petiau.**

Nous nous proposons l'étude des interactions susceptibles de s'exercer entre corpuscules de spins quelconques par l'intermédiaire d'échanges d'autres corpuscules de spins entiers.

Nous représentons les corpuscules en interactions par des équations d'ondes du type

$$(1)\qquad \frac{h}{2\pi i}\partial_t(A_{4k-1,0})\psi = \left(\frac{h}{2\pi i}\partial_p A_{4k-1,p} - m_0 c A_{4k}\right)\psi.$$

Les fonctions d'ondes solutions de cette équation représentant d'une façon générale le corpuscule de spin maximum $kh/4\pi$ se répartissent en classes irréductibles, et des conditions restrictives sur les solutions fixent l'état corpusculaire apparent à un état de spin total inférieur à k et à une masse apparente supérieure à m_0. C'est ainsi que, dans l'état de semi-annihilation d'ordre $l(2l < k)$, le corpuscule se comporte comme un corpuscule de spin total maximum $(k - 2l)(h/4\pi)$ et de masse $km_0/(k - 2l)$.

([2]) M. Pauthenier et E. Brun, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 295.

Le corpuscule (1), quel que soit son état, est caractérisé par des grandeurs représentées par des matrices de la forme

$$A_{a_1^{r_1}, a_2^{r_2}, \dots, a_s^{r_s}} = \frac{r_1!\, r_2!, \dots, r_s!}{k!} \left(\Sigma \alpha_{a_1}^{1}, \dots, \alpha_{a_1}^{r_1} \alpha_{a_2}^{r_1+1}, \dots \alpha_{a_s}^{r_1+r_2+\dots+r_s}\right)$$

$$(r_1 + r_2 + \dots + r_s = k),$$

la somme étant étendue à toutes les permutations des indices.

Les corpuscules servant d'intermédiaires à l'interaction seront représentés par les fonctions $\psi^{(2n)}$ solutions d'une équation du type (1) avec $k = 2n$ dans un état d'évolution complète. Ces corpuscules seront alors représentables par des ondes tensorielles, et en particulier l'état de spin n total maximum sera inclus dans le système des ondes d'évolution complète et représenté par les ondes $\Phi^{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n}$; $\Phi^{\mu\nu_1, \mu_2, \dots, \mu_n}$; ...; $\Phi^{\mu\nu_1, \mu\nu_2, \dots, \mu\nu_n}$.

L'interaction entre un corpuscule de spin $kh/4\pi$ et un corpuscule de spin $nh/2\pi$ $(n < k)$ se traduira dans l'hamiltonien du corpuscule de spin $kh/4\pi$ par la présence d'un terme d'interaction de la forme

$$H_1 = g_0 A_{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n} \Phi^{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n} + g_1 A_{\mu\nu_1, \mu_2, \dots, \mu_n} \Phi^{\mu\nu_1, \mu_2, \dots, \mu_n} + \dots + g_n A_{\mu\nu_1, \dots, \mu\nu_n} \Phi^{\mu\nu_1, \mu\nu_2, \dots, \mu\nu_n}.$$

Nous allons chercher à déterminer le potentiel équivalent à l'interaction entre deux corpuscules de spin $kh/4\pi$ par échange de corpuscules de spin $nh/2\pi$ en nous bornant aux termes en g_0, en utilisant la méthode indiquée par L. de Broglie (1) dans le cas des interactions résultant d'échange de photons.

Les fonctions $\Phi^{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n}$, ondes planes normalisées se propageant dans la direction de l'axe oz, se représentent par

$$\Phi^{1^r, 2^{n-m-r}, 3^s, 0^{m-s}} = \frac{2^{\frac{n}{2}} C(-i)^{n-m-r}}{\sqrt{k_0^{2n-1} k\nu}} k_0^{n-m} k^s \vec{k}^{m-s} e^{i[k_0 t - \vec{k} z]}$$

et se répartissent en classes suivant leur ordre de longitudinalité m.

Pour une onde de type longitudinal m, la probabilité d'émission est

$$\frac{2^{\frac{n}{2}} C(-i)^{n-m-r} g_0}{\sqrt{k_0^{2n-1} k\nu}} \sum_{s=0}^{m} C_s^m A_{0^{m-s}, 3^s, 1^r, 2^{n-m-r}} k_0^{n-m} k^s \vec{k}^{m-s},$$

et la probabilité du processus global, émission et absorption, de poids $n!/[m!\,r!\,(n-m-r)!]$ est

$$\frac{g_0^2}{K-k} \frac{2^n C^2 k_0^{2(n-m)}}{k_0^{2n-1} k\nu} \frac{2\pi}{hc} \left[\sum_{s=0}^{m} C_s^m A^{(1)}_{0^{m-s}, 3^s, 1^r, 2^{n-m-r}} k^s \vec{k}^{m-1}\right] \left[\sum_{s=0}^{m} C_s^m A^{(2)}_{0^{m-s}, 3^s, 1^r, 2^{n-m-r}} k^s \vec{k}^{m-s}\right].$$

D'autre part, si l'on néglige dans la somme les termes de la forme

$$A_{0^{m-s}, 3^s, 1^r, 2^{n-m-r}} k^s \vec{k}^{m-s} = A_{0^{m-s+1}, 3^{s-1}, 1^r, 2^{n-m-r}} k^s \vec{k}^{m-s-1} K,$$

(1) *Une nouvelle théorie de la lumière*, 2, Paris, 1942, p. 117.

si l'on remplace C^2 par sa valeur $hc/8\pi k_0$ et si l'on tient compte du terme ${}_{(2)}H^{(1)}$ correspondant à l'échange de la quantité de mouvement $-\vec{k}$, on trouve la probabilité globale

$$H_{(1)} = \frac{2^{n-1}(-1)^n g_0^2}{k_0^{2n}\nu[K^2 - k^2]} \sum_{m=0}^{n}\sum_{r=0}^{n-m} \frac{n!}{m!\,r!\,(n-m-r)!}$$
$$\times\left[(-1)^m A^{(1)}_{0^m,1^r,2^{n-m-r}} A^{(2)0^m,1^r,2^{n-m-r}} \vec{k}^{2m} + A^{(1)}_{3^m,1^r,2^{n-m-r}} A^{(2)3^m,1^r,2^{n-m-r}} k^{2m}\right].$$

Négligeant les termes en $A_{\ldots,3^m,\ldots}\vec{k}$, $A_{\ldots,3^m,\ldots}k^{2m}$ est équivalent à $A_{\ldots,3^m,\ldots}k_0^{2m}$ et il vient

$$H_{(1)} = \frac{2^{n-1}(-1)^n g_0^2}{k_0^{2n}\nu[K^2 - k^2]}\left[\sum_{m=0}^{n}\frac{n!}{m!(n-m)!}(-1)^m k_0^{2(n-m)}\vec{k}^{2m} A^{(1)}_{0^m,p_1,\ldots,p_{n-m}} A^{(2)0^m,p_1,\ldots,p^{n-m}}\right]$$
$$(p_r = 1, 2, 3),$$

ce qui s'écrit encore

$$\frac{2^{n-1}(-1)^n g_0^2}{k_0^{2n}\nu[K^2 - k^2]}\Big[k_0^{2n} A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n} - k_0^{2n-2}k^2 (A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n})_0 + \ldots$$
$$+ (-1)^p k_0^{2(n-p)} k^2 \vec{k}^{2(p-1)} (A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n})_{0_p} + \ldots + (-1)^n k^2 \vec{k}^{2n-2} (A^{(1)}_{0_n} A^{(2)0_n})\Big],$$

l'indice $(\ldots)_{0_p}$ indiquant que l'on considère seulement dans la somme les composantes contenant l'indice zéro, p fois.

Négligeant les termes en K^2, il reste

$$H_{(1)} = \frac{2^{n-1}(-1)^{n-1} g_0^2}{\nu}\left[\frac{A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n}}{k^2} - \frac{(A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n})_0}{k_0^2} + \ldots\right.$$
$$\left. + (-1)^p \frac{\vec{k}^{2(p-1)}}{k_0^{2p}} (A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n})_{0_p} + \ldots + (-1)^n \frac{\vec{k}^{2n-2}}{k_0^{2n}} (A^{(1)}_{0^n} A^{(2)0^n})\right].$$

On voit facilement que le premier terme correspond au potentiel

$$V(|\vec{r}|) = 2^{n-1}(-1)^{n-1} g_0^2 (A^{(1)}_{\mu_1,\ldots,\mu_n} A^{(2)\mu_1,\ldots,\mu_n}) \frac{e^{-k_0|\vec{r}|}}{4\pi|\vec{r}|},$$

et les autres à des potentiels de coïncidence dépendant successivement des fonctions $\delta(\vec{r})$, $\delta''(\vec{r})$, ..., $\delta^{2p-2}(\vec{r})$, ..., $\delta^{2n-2}(\vec{r})$. On déduit en particulier de $V(\vec{r})$ le sens attractif ou répulsif des interactions suivant que n est pair ou impair.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Perturbation des problèmes de valeurs propres par modification de la frontière : cas des équations de la Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Robert Courtel**.

On sait calculer [1] la perturbation apportée aux valeurs propres de l'opérateur Δ lors d'une modification de la frontière sur laquelle est imposée

---

[1] *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 261.

la C. L. (condition aux limites) $\psi_0 = 0$ ou $\partial\psi_0/dn = 0$. Ce résultat s'étend aux opérateurs de la Mécanique ondulatoire (équations de Schrödinger et de Dirac) lorsque l'on convient d'imposer sur la frontière Σ_0 certaines conditions aux limites privilégiées $A_0\psi_0 = 0$ appartenant aux types

$$\psi_0 = 0 \qquad \text{ou} \qquad a_0\psi_0 + b_0\frac{\partial\psi_0}{\partial n} = 0.$$

1. Pour traiter en même temps l'équation de Schrödinger et celle de Dirac, nous supposerons cette dernière écrite à l'aide des nombres de Clifford γ_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) sous la forme [2]

$$(1) \qquad \overrightarrow{H_0}\psi_0 = \hbar c\left\{\sum_1^3 \gamma_\alpha\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - \frac{ie}{\hbar c}A_\alpha\right) + \frac{m_0c^2 + V\gamma_4}{\hbar c}\right\}\psi_0 = E_0\gamma_4\psi_0,$$

la fonction ψ_0 se présentant comme une forme à coefficients complexes, linéaire dans les seize nombres hypercomplexes $1, \gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{1234}$. L'équation adjointe est alors

$$(2) \qquad \overline{\psi_0}\overleftarrow{H_0} = \hbar c\overline{\psi_0}\left\{\sum_1^3\left(-\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - \frac{ie}{\hbar c}A_\alpha\right)\gamma_\alpha + \frac{m_0c^2 + V\gamma_4}{\hbar c}\right\} = E_0\overline{\psi_0}\gamma_4,$$

elle a pour solution $\overline{\psi_0}$ la forme adjointe à ψ_0. On a la relation générale

$$v\left(\overrightarrow{H_0}u\right) - \left(v\overleftarrow{H_0}\right)u = \hbar c\sum_1^3\frac{\partial}{\partial x_\alpha}v\gamma_\alpha u = \text{div.}\,\vec{\delta}(v, u)$$

(définition de l'opérateur adjoint à $\overrightarrow{H_0}$); la condition d'humidicité se traduit par $\int_{\Sigma_0}\delta_n(v, u)\,d\sigma = 0$ pour tout couple de fonctions v, u satisfaisant à la C. L. imposée sur Σ_0; la condition de normalisation est $\int_{D_0}\overline{\psi_0}\gamma_4\psi_0\,dt = \Gamma$, où Γ facteur de réduction du type $1/4$, par exemple $\Gamma = 1/4(1 + i\gamma_{12})(1 + \gamma_4)$.

2. Le raisonnement qui suit vaut en même pour l'équation de Schrödinger $H_0\psi_0 = E_0\psi_0$, à condition d'y faire formellement $\Gamma = \gamma_4 = 1$, et de ne pas attacher d'importance à l'ordre des facteurs.

Revenons d'abord à un problème de modification de la C. L. sans modification de la frontière, en évaluant la partie principale de l'expression $(A_0\psi)_{\Sigma_0}$, ψ nouvelle solution $\psi = \psi_0 + \varphi$, φ très petite avec h distance de Σ_0 à la nouvelle frontière Σ comptée positivement vers l'extérieur de Σ_0. A des termes près du second ordre en h et φ, on a (en admettant que $((\partial/\partial n)(A_0\psi_0))_\Sigma$ n'est pas $\equiv 0$)

$$(A_0\psi)_{\Sigma_0} \sim -\left(h\frac{\partial}{\partial n}(A_0\psi)\right)_\Sigma \sim -\left(h\frac{\partial}{\partial n}(A_0\psi_0)\right)_{\Sigma_0}.$$

---

[2] Voir par exemple, pour cette notation, SOMMERFELD, *Atombau*, **2**, chap. IV (2e édit., 1939).

expression dont la valeur résulte de la donnée de Σ et des caractéristiques du problème supposé déjà résolu pour le domaine D_0.

Pour calculer alors la perturbation ε de la valeur propre E_0, que nous supposons d'abord simple, on part de l'équation adjointe

$$(\overline{\psi_0+\varphi})\overleftarrow{H_0}=(E_0+\varepsilon)(\overline{\psi_0+\varphi})\gamma_4,$$

que l'on simplifie en tenant compte de la linéarité de H_0 et négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 en ε et φ

(3) $$\bar{\varphi}\overleftarrow{H_0}=E_0\bar{\varphi}\gamma_4+\varepsilon\overline{\psi_0}\gamma_4.$$

Multipliant alors (3) à droite par ψ_0, (1) à gauche par $\bar{\varphi}$ et retranchant membre à membre, il vient

(4) $$\left(\bar{\varphi}\overleftarrow{H_0}\right)\psi_0-\bar{\varphi}\left(\overrightarrow{H_0}\psi_0\right)=\varepsilon\overline{\psi_0}\gamma_n\psi_0,$$

que l'on intègre dans D_0. Le coefficient de ε est alors $\int_{D_0}\overline{\psi_0}\gamma_4\psi_0\,d\tau=\Gamma$, connu, tandis qu'au premier membre on a à calculer l'intégrale $I=-\int_{\Sigma_0}\delta n(\bar{\varphi},\psi_0)\,d\sigma$.

On voit que l'on pourra calculer effectivement ε toutes les fois que la connaissance de $(A_0\psi)_{\Sigma_0}=(A_0\psi_0+A_0\varphi)_{\Sigma_0}=(A_0\varphi)_{\Sigma_0}$ entraînera d'une manière ou de l'autre celle de J.

3. Dans le cas de l'équation de Schrödinger pour un corpuscule, on peut mettre J sous la forme

(5) $$J=-\int_{\Sigma_0}\frac{2im}{\hbar}\left\{\left(\frac{\hbar}{2im}\frac{\partial\psi_0}{\partial n}-\frac{eA_n}{2mc}\psi_0\right)\bar{\varphi}+\left(-\frac{\hbar}{2im}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial n}-\frac{eA_n}{2mc}\bar{\varphi}\right)\psi_0\right\}d\sigma.$$

On voit que les C. L. $\psi_0=0$ ou $[(\hbar/i)(\partial/\partial n)-(e/c)A_n]\psi_0=\left[\vec{p}-(e/c)A\right]_n\psi_0=0$ (annulation de la densité de présence, ou de la composante normale de la vitesse, en tout point de Σ_0) suffisent à assurer la possibilité cherchée, car elles permettent le calcul de l'élément intégrant de J en tout point de la frontière.

On a alors comme expression de la perturbation (en première approximation)

$$\varepsilon=\int_{\Sigma_0}\frac{2im}{\hbar}d\sigma+h\frac{\partial\overline{\psi_0}}{\partial n}\left(\frac{\hbar}{2im}\frac{\partial\psi_0}{\partial n}-\frac{eA_n}{2mc}\psi_0\right)$$
$$+h\psi_0\frac{\partial}{\partial n}\left(-\frac{\hbar}{2im}\frac{\partial\overline{\psi_0}}{\partial n}-\frac{eA_n}{2mc}\psi_0\right).$$

Plus généralement, on voit qu'il en sera ainsi pour toute C. L. de la forme

$$\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial u}-\frac{e}{c}A_n\right)\psi_0=is\psi_0.$$

s réel quelconque, car on peut ajouter et retrancher $is\psi_0\bar{\varphi}$ dans la { } de (5) sans changer sa forme.

Si l'on note que ces conditions assurent l'une et l'autre l'annulation, en tout

point de la frontière, de la composante normale à Σ_0 du courant correspondant à l'état stationnaire ψ_0; qu'elles entraînent automatiquement satisfaction de la condition d'humidicité, ce qui est essentiel pour assurer au problème un sens physique [et permet, comme on le sait, d'affirmer l'existence d'une suite spectrale de valeurs propres E_0, sous la réserve toutefois que dans certains cas on ne doive satisfaire à la C. L. qu'*en moyenne* et non au sens strict], on est amené à les considérer comme les conditions naturelles à adjoindre au problème $H_0\psi_0 = E_0\psi_0$ dans le cas où la frontière est à distance finie. On remarque que $\partial\psi_0/\partial n$ n'est condition privilégiée qu'en l'absence de champ magnétique (si l'on prend $\vec{A} = 0$).

PHOSPHORESCENCE. — *Sur la représentation fonctionnelle du déclin de la phosphorescence du* ZnS(Cu). Note de M. **Jean Saddy**, présentée par M. Frédéric Joliot.

De très nombreuses formules ont été proposées pour représenter le déclin de la phosphorescence. Celle d'Edm. Becquerel, $I = A(t+a)^{-\alpha}$, a été souvent utilisée, de même que les expressions plus simples qui en découlent, $I = B/(t+b)^2$ et $I = Ct^{-\gamma}$; celle-ci a été préconisée à plusieurs reprises ces temps derniers. D'autre part G. Destriau (1) a récemment proposé la forme exponentielle $I = I_0 e^{-k\sqrt{t}}$ pour le début du déclin d'un ZnS(Cu).

Toutes ces formes simples sont incertaines, du fait de la complexité des causes auxquelles sont dus les phénomènes de phosphorescence. Lenard (2), admettant l'existence d'un très grand nombre de centres luminogènes d'origines variées, est conduit à représenter la décroissance du CaS(Bi) par une somme d'exponentielles $I = \Sigma B e^{-kt}$; ses résultats ont été confirmés par de nouvelles déterminations de Kuppenheim (3) sur CaS(Bi). Maurice Curie (4) n'admet pas l'existence de centres à constitutions chimiques différentes en nombre pour ainsi dire illimité, et les remplace par des possibilités de fixation différentes des électrons de phosphorescence dans le réseau du diluant; mais ceci le conduit évidemment à la même conclusion que Lenard.

Je me suis proposé, par des mesures précises et poursuivies sur un temps prolongé, de mettre encore une fois à l'épreuve ces différents types de formules.

Le produit sur lequel ont porté mes observations est un ZnS(Cu) excité à saturation par le rayonnement ultraviolet fourni par l'arc au mercure à travers un écran de Wood. Le déclin de la phosphorescence était étudié à l'aide d'un photomètre à glazebrooks; les mesures débutaient 20 secondes après la fin de

(1) *Journ. de Phys.*, 4, II, 1943, p. 32.

(2) P. Lenard, R. Tomaschek et F. Schmidt, *Phosphorescenz und Fluorescenz*, 1928.

(3) *Ann. der Phys.*, 70, 1923, pp. 81 et 113.

(4) *Thèse*, Paris, 1923.

l'excitation et s'étendaient sur un intervalle de temps d'un peu plus de 6 heures, jusqu'au seuil de perception visible à travers le photomètre.

J'ai comparé les types de formules suivants :

a. $I = A(t+a)^{-\alpha}$;

b. $I = Ct^{-\gamma}$;

c. $I = I_0\, e^{-k\sqrt{t}}$;

d. $I = B_1\, e^{-k_1 t} + B_2\, e^{-k_2 t} + B_3\, e^{-k_3 t} + \ldots$;

e. $I = I_0 + I_1(t+a)^{-m} + I_2(t+a)^{-2m} + I_3(t+a)^{-3m} + \ldots$.

Les différents coefficients numériques étaient déterminés par des graphiques à coordonnées logarithmiques. Le tableau ci-après donne, pour un certain nombre de points répartis sur l'ensemble du déclin, les écarts relatifs $(I_c - I_e)/I_c$ pour les différentes formules (I_e = intensité trouvée expérimentalement, I_c = intensité calculée à partir des formules).

	Écarts % pour les différentes formules.											
Temps en min....	1/2.	1.	2.	3.	5.	8 1/2.	17 1/2.	31.	54.	1 h 47.	2 h 19.	6 h 40.
$A(t+a)^{-\alpha}$	3	1	0	1	0	0	0	2	10	20	34	95
$I = I_0\, e^{-k\sqrt{t}}$	2	4	5	5	6	6	33	136	–	–	–	–
$\Sigma B_i\, e^{-k_i t}$	0	0,5	0	1	3	0	0	0	0	0	5	25
$\Sigma I_n(t+a)^{-nm}$	0,6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La forme réduite $Ct^{-\gamma}$ n'a pas été retenue : le graphique logarithmique ne présentait une partie sensiblement rectiligne qu'en son milieu seulement.

D'après ces mesures les types de formules à terme unique ne peuvent être retenus qu'à titre de première comparaison des déclins de différentes substances, celles-ci étant alors caractérisées, par exemple, par la valeur de la constante α de la formule $A(t+a)^{-\alpha}$. Pour une représentation plus précise, il faut en venir à une formule à termes multiples. Le type en somme d'exponentielles à exposants du premier degré en t, proposé par Lenard et ses collaborateurs, et dont la valeur a été vérifiée par eux sur un CaS(Bi), convient aussi fort bien au ZnS(Cu), ainsi qu'il résulte de mes mesures. J'ai montré que l'on peut, sans plus de difficultés dans l'établissement des formules et en arrivant à une précision au moins aussi bonne, utiliser une représentation en somme de termes hyperboliques. Cependant le type en somme d'exponentielles me paraît préférable en ce qu'il a l'avantage d'indiquer en gros la répartition des durées de vie au cours du déclin de la luminescence, les coefficients k étant en raison inverse des durées de vie moyenne.

GÉOLOGIE. — *Les phases orogéniques dans le tronçon murcian des Cordillères bétiques.* Note de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Dans le tronçon compris entre le Rio Segura et la Sierra Nevada, l'orogénèse des Cordillères bétiques s'est produite en trois paroxysmes principaux dont la

localisation a varié transversalement de l'Éocène au Pontien (¹), les nappes bétiques étant nummulitiques, les charriages subbétiques, post-burdigaliens et anté-vindoboniens, et une dernière étape ayant donné les plis à grand rayon de courbure, post-pontiens, de la moyenne zone bétique.

Il est possible d'ajouter des précisions à ces données, notamment quant à la propagation des efforts du Bétique au Subbétique.

Au revers oriental de la Sierra de Pedro Ponce (massif interne du Subbétique, séparé du Bétique de la Sª Espuña par une importante extension de Néogène) des dislocations de style antibétique ont donné une série des plis étroits axés S.-N, où sont pincés des calcaires à Lépidocyclines. H. Douvillé avait reconnu dans des échantillons provenant du Cortijo de la Higuerica *Nephrolepidina Tournoueri, N. Morgani* et *N. marginata*. Un second gisement du même faisceau de plis m'a fourni près du Cº del Francés les mêmes espèces, déterminées par M. Abrard.

Trois ou quatre kilomètres plus au N, au Cerro el Castellar, sur le prolongement de ces replis, reposent, transgressifs et d'ailleurs assez inclinés, des grès et marnes burdigaliens (²). *Le plissement est donc ici exactement post-aquitanien et anté-burdigalien.*

Les dépôts miocènes étendus entre le pied SE du Cº el Castellar, Pliego et le N de la Sª Espuña fournissent une seconde donnée.

Le Rio de Pliego traverse ces dépôts qu'il entame profondément, mettant en relief l'importante Muela del Acero, où peuvent être distingués trois termes stratigraphiques séparés par des discordances.

A la base de la série apparaissent des conglomérats grossiers, colorés en rouge par du Permo-Trias, dont les débris proviennent du démantèlement de la nappe de Malaga. Ce complexe, stérile, ne peut être, de par son faciès, que Miocène. J'en fais du Burdigalien.

Sur la tranche de ses couches repose une série composée d'un mince niveau basal détritique, de calcaires à *Lithothamnium* ($1^m,50$-2^m); de mollasses tendres à Clypéastres (1^m-$1^m,50$), de grès peu épais, puis de marnes bleues à *Amussium* ($> 20^m$).

Les couches à *Lithothamnium* contiennent *Flabellipecten incrassatus, Macrochlamys sub-Holgeri, Oopecten* cf. *gigas*. Les mollasses ont fourni *Flabellipecten Vinassai, Fl. fraterculus, Fl. Ugolini, Fl. Guebhardi, Amussium denudatum*. Cet ensemble est donc Hélvétien. Il supporte, en discordance atténuée, un complexe de marnes blanches et de grès, terminé par une sorte de travertin à Limnées indéterminables, que l'on ne peut dater paléontologiquement. Toutefois le fait qu'il soit encore incliné, c'est-à-dire qu'il ait participé à un dernier cycle de mouvements, incite à le rapporter au Néogène supérieur.

Ainsi, à 2-3^{km} du front bétique voit-on enregistrés : 1° le dépôt du Burdigalien détritique empruntant ses matériaux à la nappe bétique la plus élevée; 2° une phase orogénique post-burdigalienne et anté-hélvétienne, c'est-à-dire contemporaine des charriages qui se produisent à ce moment 30-35^{km} plus au NW, au front du Subbétique; 3° une phase d'importance minime, post-hélvétienne; 4° une répercussion probable des plissements post-pontiens qui ont affecté les portions plus internes du Bétique.

Sur ce tronçon des Cordillères, nous sommes donc en mesure de préciser la succession des phénomènes orogéniques :

(¹) P. Fallot, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 717; M. Blumenthal et P. Fallot, *Mém. Soc. Esp. H. Nat.*, **17**, 1935, p. 66.

(²) P. Fallot, *Mém. R. Soc. Esp. H. Nat.*, **15**, 1929, p. 249.

Après l'achèvement, au Nummulitique, des charriages bétiques, la zone bétique a transmis les poussées à la zone subbétique dont les parties internes ont réagi, à la fin de l'Oligocène, par les plissements de la Sierra de Pedro Ponce. Ces efforts ont pu se propager plus au N, mais on n'en a pas de preuves.

Sans que soient troublées les conditions de sédimentation dans les bassins miocènes internes établis en zone bétique, les efforts ont repris, vers l'extérieur, à la fin du Burdigalien, disloquant les conglomérats de la Muela del Acero et décollant la série subbétique dont le front a chevauché le Burdigalien de Moratalla-San Juan Bautista.

Après une érosion plus ou moins prononcée selon les endroits, la transgression vindobonienne, partie des bassins bétiques, a envahi la zone subbétique, dont les massifs précédemment individualisés ont dû constituer tout un archipel. La discordance coupant le Miocène supérieur de la Muela del Acero témoigne de l'instabilité, pendant le Vindobonien, de la soudure entre Bétique et Subbétique.

Enfin est survenue l'orogénie post-pontienne. Mais celle-ci n'est pas limitée aux grands plis bétiques déjà signalés. Bien que la rareté des dépôts pontiens empêche de définir la part qui lui revient en zone subbétique, il faut y noter aux mines de soufre d'Abaran (Murcie) ([3]), puis dans le Prébétique, à celles de Hellin (Albacete), des plis qui, au moins localement, sont transverses aux directions des accidents antérieurs. Par ce dernier gisement on atteint d'ailleurs les avancées du bâti mésetain, où sont connues des déformations du même âge, mais qui n'ont plus de relations directes avec celles des Cordillères bétiques.

MÉTÉOROLOGIE. — *Effet d'ondes sonores sur un nuage.* Note de M. **Eric Pellerin**.

Le 14 août 1944, à Auguaise, prés de Laigle (Orne), à 11^{h}45 environ (heure légale), par un temps clair et calme et un vent d'Ouest presque imperceptible, le milieu du ciel était occupé par une sorte de grand cirrus blanchâtre assez ténu, d'origine artificielle, car il était formé des restes d'une traînée blanche laissée par un avion à haute altitude. Ayant le Soleil dans le dos, nous remarquâmes que le nuage était parcouru par des lignes alternativement claires et sombres, ressemblant tout à fait à des rides à la surface de l'eau, et se déplaçant dans une direction perpendiculaire à leur tracé, à une vitesse sensiblement supérieure à celle d'un avion. Tantôt ces lignes étaient isolées, tantôt elles arrivaient par trains d'une dizaine et même plus.

Chaque ligne ou train de lignes se déplaçait dans une direction et à une vitesse constante, mais émanait d'un des points de l'horizon d'où nous parvenaient les bruits des combats qui se livraient dans la région.

([3]) J. Meseguer Pardo, *Bol. Inst. Geol. y Min. de Esp.*, 45, 1924, pp. 133-214.

Aux plus fortes détonations correspondaient les lignes les plus accentuées. Souvent plusieurs lignes provenant de différentes directions se croisaient.

Je fis constater le fait par plusieurs personnes. Ce phénomène, qui dura une vingtaine de minutes, ne se produisait pas sur quelques petits nuages naturels situés plus bas sur l'horizon.

Le passage des ondes sonores nous était ainsi rendu visible par une modification des propriétés optiques du nuage artificiel.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action des inhibiteurs classiques de l'oxydation de l'adrénaline sur la résistance capillaire du Cobaye.* Note (¹) de M. **Jean Lavollay**, présentée par M. Maurice Javillier.

Dans l'hypothèse émise par Neumann et moi-même (²) pour rendre compte de l'activité des préparations naturelles de vitamine P sur les parois des capillaires, on supposait que la nouvelle vitamine pouvait exercer ses effets en retardant l'inactivation de l'adrénaline dans l'organisme.

Nous avions montré que cette hormone, qui s'oxyde avec une très grande vitesse, peut être protégée contre l'oxydation par les préparations naturelles de vitamine P, par des dérivés de la flavone et du flavonol (³), par des catéchines (⁴), toutes substances définies auxquelles on a trouvé ensuite des propriétés de vitamine P. Avec Parrot et Sevestre j'ai montré que l'épicatéchine, substance très active comme vitamine P, prolonge les effets de l'adrénaline chez l'animal vivant (⁵).

Ainsi semblait se confirmer un lien entre deux propriétés, l'activité sur la résistance capillaire et la protection de l'adrénaline contre l'oxydation. Cela ne suffisait pourtant pas à démontrer que les vitamines P exercent leur action dans l'organisme en protégeant l'adrénaline. Pour le prouver il fallait montrer 1° que l'adrénaline elle-même élève la résistance capillaire : c'est ce que Parrot et moi-même avons établi (⁶); 2° que les inhibiteurs classiques de l'oxydation de l'adrénaline sont actifs sur la résistance capillaire. Ce dernier point me semble suffisamment démontré par les expériences ci-après résumées.

Les substances à essayer sont dissoutes dans le sérum physiologique et injectées dans la cavité intrapéritonéale du Cobaye normal (non scorbutique). La résistance capillaire est déterminée par la méthode de succion (méthode de Zacho), en cherchant la plus petite dépression qui, exercée sur la peau pendant

---

(¹) Séance du 18 septembre 1944.

(²) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 251-253.

(³) *Ibid.* et J. Lavollay, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 1193; *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 287-290.

(⁴) Expériences de 1941 inédites.

(⁵) J. Lavollay et J.-L. Parrot, *Comptes rendus*, 215, 1942, pp. 496-498; J. Lavollay, J.-L. Parrot et J. Sevestre, *ibid.*, 217, 1943, p. 540.

(⁶) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 211.

quinze secondes le long de la colonne vertébrale, suffit à faire éclater les capillaires superficiels.

Substance injectée.	Dose.	Résistance capillaire en cm de mercure — Avant.	Après des temps variables.
Glycocolle	1mg	15cm	1 h.30, > 50cm
d-alanine	1	15	1 h.30, 19; 19 h.30, 23
l-proline	3	19	1 h.30, 21; 24 h., > 50
Cystéine	3	16	1 h.45, 21
»	3	14	6 h., 20; 27 h., 23; 52 h.30, 16
Sulfocyanure de potassium.	3	10	4 h.30, 32; 23 h., 23; 3 j., 21; 4 j., 20
Thiourée	3	18	1 h.30, 30; 24 h., 30; 2 j., 19
Carb. de guanidine	3	8,5	16 h, 32; 22 h., 22; 2 j., 19; 4 j., 18
Acétochloroforme	3	17	1 h.20, 30; 18 h., 32; 24 h., 35; 2 j., 23; 5 j., 21
Ac. ascorbique	10	12	24 h., 20.
Pyrogallol	3	20	1 h.05, 35; 18 h.45, 40
Pyrocatéchol	3	21	4 h.15, 24
»	3	20	20 h.30, 23; 40 h., 20.
Hydroquinone	3	16	1 h.15, 16; 18 h.30, 18; 48 h., 15.

Les substances protectrices de l'adrénaline renforcent donc bien la résistance capillaire et certaines se révèlent d'une très grande activité. Les acides aminés, bons inhibiteurs de l'oxydation de l'adrénaline *in vitro* (7), prolongent ou amplifient *in vivo* certains des effets physiologiques de cette substance (8), ils se révèlent, dans mes expériences, d'une haute activité sur la résistance capillaire. Tel est le cas du glycocolle, inactif par la bouche, mais extrêmement actif en injection intrapéritonéale. La thiourée, le sulfocyanure de potassium, la cystéine, le carbonate de guanidine, l'acétochloroforme, qui sont, d'après Obrecht (9), de bons inhibiteurs de l'oxydation de l'adrénaline, agissent favorablement sur la résistance capillaire. L'acide ascorbique, protecteur de l'adrénaline, *in vitro* et *in vivo* (7), possède une activité réelle bien que restreinte, contrairement à tout ce qui a été publié à son sujet depuis les travaux de Szent-Györgyi. Le pyrogallol, qui prolonge l'action de l'adrénaline sur la membrane nictitante du Chat (10), se révèle d'une haute activité sur la résistance capillaire, contrairement à ce que nous avions, Parrot et moi, avancé précédemment (6).

Par contre l'hydroquinone et le pyrocatéchol, qui ne protègent pas l'adrénaline, mais qui au contraire, comme je l'ai montré (7), en catalysent l'oxydation, sont à très peu près sans action sur la résistance capillaire.

---

(7) Voir la bibliographie dans J. Lavollay, *L'autoxydation des diphénols, en particulier de l'adrénaline*, Paris, 1943.

(8) Voir la bibliographie dans J. Lavollay (indic. bibl. ci-dessus) et J. Huche, *Diplôme d'Études supérieures*, Fac. des Sciences, Paris, 1942.

(9) Obrecht, *Über die Inhibition der Oxydation von Adrenalin und von Cupro- und Ferrochlorid*, Zurich, 1939.

(10) Bacq, *Arch. Intern. Physiol.*, 44, 1936, p. 17.

Comme les substances douées de l'activité vitaminique P, les inhibiteurs classiques de l'oxydation de l'adrénaline renforcent la résistance capillaire. L'adrénaline elle-même possède cette propriété. On peut donc penser que *l'hormone de la résistance capillaire est ou l'adrénaline, ou l'un des premiers produits de son oxydation, et que les substances qui méritent le nom de vitamines P stabilisent cette substance hormonale.*

La séance est levée à 16h 15m.

L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de septembre 1944.

Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air. Travaux de l'Institut de mécanique de la Faculté des sciences de Paris. *Étude sur l'hypersustentation et la diminution de la résistance à l'avancement,* par Dimitri Riabouchinsky. Paris, Ed. Blondel La Rougery et Gauthier-Villars, 1940; 1 vol. 27cm.

Henri Buisson (1873-1944), par Charles Fabry. Extrait des *Cahiers de physique,* n° 22 de juin 1944; 1 fasc. 24cm,5.

Service central hydrographique. Section *Documentation. Le développement harmonique du potentiel générateur de la marée,* par A. T. Doodson. Extrait des *Proceedings of the Royal Society of London.* Série A, vol. C, mars 1922. Traduit de l'anglais par l'ingénieur hydrographe Roumegoux. 1 fasc. 27cm.